

UNIVERSITÉ FÉLIX HOUPHOUËT-BOIGNY

UFR : Sciences de l'Homme et de la Société

.....

Département de Philosophie

.....



Cours de Licence 1 (2019-2020)

COURS MAGISTRAL

Titre : De l'intérêt de l'histoire des sciences en philosophie: le cas des sciences mathématiques

A.N'GUESSAN Dépry

GUEBO Josué

A. Considérations générale sur l’histoire des sciences

B. Histoire des mathématiques, par la clef philosophique

A/ PRELIMINAIRES ET CONSIDERATIONS GENERALES SUR L’HISTOIRE DES SCIENCES

1. Motivations et justification d’une étude historique des sciences par la philosophie

L’histoire des sciences offre, pour sa lecture, plusieurs clefs qu’il importe d’évoquer.

1.1) Continuité et discontinuité

Nous allons utiliser la métaphore d’un cours d’eau pour rendre manifeste l’idée de changement dans les sciences. Cette métaphore, dans son contenu et dans sa pertinence méthodologique exprime déjà une position cumulative (A-A Cournot) opposée à la posture discontinuiste. Il existe également une clef internaliste différente de la clef externaliste. En admettant provisoirement la clef cumulative, on dira, pour simplifier les choses, que les faits, les découvertes, les documents et les événements, qui surgissent dans notre environnement (proche ou lointain), sont perçus comme des « cours d’eau ». Un observateur attentif désire en connaître les sources, le développement, les

points de débits (accélération, ralentissement, stagnation ou blocage), la sinuosité, les rapides, l'impact environnemental.

L'histoire ainsi présentée, à la manière d'un océan, constitue l'une des disciplines qui recueillent les flux d'eaux non asséchés par le temps et le sol avec toutes ses composantes. Cette présentation, du reste, métaphorique, à laquelle sont associées mémoire, fragmentation et sédimentation, offre une lecture et une perspective cumulative, comme nous le mentionnions. Elle est dite aussi « thèse continuiste ». Remplit-elle les positions et tendances développées dans l'histoire philosophique des sciences ? On ne peut pas répondre par l'affirmative. Car, à la différence du continuisme, une autre perspective dite « thèse discontinuiste » se dégage avec des auteurs tels que Koyré, Bachelard, Kuhn, etc. Cette thèse met au centre des débats critiques, les notions de rupture et de coupures épistémologiques et l'incommensurabilité des paradigmes.

1.2) Histoire des sciences, inspiratrice de liberté d'imagination et manifestation de l'esprit critique

L'Histoire, en général, et singulièrement, l'histoire des sciences se caractérise fondamentalement par le fait qu'elle s'attèle à mettre en mouvement (linéaire, entrecoupé ou dialectique, divergent ou convergent) des hommes, des documents, des contextes culturels, des découvertes, des inventions et leurs impacts dans la représentation du monde, dans la vie des hommes et dans l'existence des sociétés. On y trouve ainsi mêlées, sous des formes variées et variables, les thématiques liées à la liberté, à l'utilité, à la valeur de la connaissance scientifique (axiologique, historique, axiomatique, heuristique, etc.), à l'objectivité de la recherche scientifique, à la compétition même des idées sous la forme de paradigmes, sources de controverses et de polémiques, elles-mêmes création de clés explicatives nouvelles.

Recourir à l'histoire des sciences, revient donc à rassembler, dans des découpages variables et variés auxquels il faut conférer une unité et une synthèse, des faits, des orientations idéologiques, des systèmes ou positions philosophiques sans en omettre leurs impacts. On parvient ainsi à dégager dans le synchronisme de l'histoire, des ensembles de faits dont l'un des intérêts majeurs est d'inspirer aux uns, **un esprit critique**, à d'autres, les moyens de s'initier aux notions, aux concepts, aux catégories, aux paradigmes, aux tendances, écoles ou courants philosophiques qui ont eu et continuent d'avoir une incidence dans le cours des sciences particulières.

Tous ces éléments sont, dans le cadre de l'histoire et de la philosophie des sciences, de véritables instruments ou outils de culture et de développement de l'esprit critique. En effet, pour rentrer dans l'esprit de l'histoire des sciences, il faut accepter la liberté que privilégie **l'imagination** en enlaçant, dans ses différents nœuds, toutes les figures, toutes les formes possibles de raisonnement (logique d'Aristote, logique non aristotélicienne, etc.), tous les paradigmes (Géocentrique, héliocentrique, expansionniste, déterministe, indéterministe, etc.), toutes les controverses qui en découlent et ont eu des effets significatifs pour la pensée scientifique à une époque historique donnée.

1.3) L'histoire des sciences invite à la relativisation

Aristote a construit une logique ingénieuse que Kant regardait comme étant une connaissance de type logique achevé. L'histoire nous a présenté de nouvelles formes de logique qui font de la logique d'Aristote une logique particulière. De la géométrie d'Euclide et de la physique de Newton, le même Kant a tenu le même jugement, le considérant comme des sciences achevées. Or, avec les logiques plurivalentes, les géométries non euclidiennes et la physique non déterministe, invite le point de vue de Kant à une relativisation parce qu'elle a désormais un caractère caduc.

On dira tout simplement que la logique formelle d'Aristote a existé et continue d'exister comme un fait de l'histoire de la logique. La géométrie d'Euclide a existé et continue d'exister comme un fait de l'histoire des mathématiques. La physique de Newton a existé et continue d'exister aussi comme un fait de l'histoire des sciences physiques. Mais ces connaissances sont relativisées voire dépassées, mais non dévalorisées en tant que fait scientifique porteurs d'enseignements.

1.4) Histoire des sciences comme une préparation à des études plus approfondies

Sous la grande rubrique « **Logique et épistémologie** » que connaissent mieux les étudiants en année de recherche, au niveau du Master, il convient de lire toutes les recherches en rapport avec les sciences (formelles, factuelles, naturelles, biologiques, les philosophies du langage, les techniques, les technologies, l'intelligence artificielle, les logiques, les sciences cognitives, la sociologie des sciences, l'histoire des sciences, etc.).

Etudier, de façon critique, c'est-à-dire, d'un point de vue philosophique, ces différents axes de la pensée et de recherche comme des « données scientifiques », sans ignorer les considérations « théologico-métaphysico-scientifiques » qui en structurent l'arrière-plan, telle est la tâche principale de l'histoire des sciences à laquelle sont invités les étudiants qui souhaitent s'investir dans la recherche à effectuer en Master ou en Doctorat. Les cours dispensés en L1, L2 et L3, sous les rubriques de l'Epistémologie, l'Histoire des sciences, la Logique, la Philosophie analytique, ne sont qu'une préparation, une sorte de propédeutique.

En effet, si à la pratique une grande liberté est laissée aux enseignants du Parcours C dans le choix du contenu et des méthodes, c'est pour donner aux

étudiants la possibilité d'apprécier la diversité des matériaux conceptuels, didactiques et pédagogiques susceptibles d'enrichir leurs propres recherches en les adaptant naturellement aux besoins qui sont les leurs, en ce moment.

2. L'histoire des sciences comme un espace d'union fécondante

Le mouvement le plus accentué dans la philosophie contemporaine est sans conteste celui qui entraîne l'esprit vers la philosophie des sciences (culture francophone) ou l'épistémologie (culture anglo-saxonne). C'est une évidence de dire que la science est devenue un fait incontournable dans nos sociétés. Ce simple constat exige de chacun qu'il définisse, par lui-même, les rapports qu'il peut avoir avec ce phénomène, aujourd'hui, dominant qu'est la Science (dont les manifestations les plus sensibles sont les disciplines enseignées, la technoscience, la technique, la technologie, etc.). Ce phénomène n'est pas nouveau. Ainsi, voit-on, d'une part, les savants (Descartes, Leibniz, Einstein, Max Planck, Louis de Broglie, Mach, Pierre Duhem, Jacques Monod, Cournot, Russel, Carnap, Popper, etc.) spéculer sur les données de leurs propres activités scientifiques, cette fois-ci, dans une perspective philosophique (rationalisme, positivisme, réalisme, phénoménisme, probabilisme, énergétisme, logicisme, etc.). D'autre part, on découvre une catégorie de philosophes qui montrent son intérêt pour tout ce qui concerne les activités scientifiques (Bachelard, Koyré, Clavelin, Fichant, Thuilier, Feyerabend, etc.).

Ce double besoin ainsi indiquée est une caractéristique frappante qui marque la division intellectuelle du travail à notre époque. L'abondance des œuvres spécialisées constitue, à n'en point douter, un sérieux indicateur de l'intérêt voire du développement de l'épistémologie, de l'histoire des sciences, de la sociologie des sciences. En dépit de quelques écarts auxquels conduit ce besoin de savoir, la rencontre des idées philosophiques et des idées

scientifiques doit être regardée comme « une union féconde » (*Bulletin de la Société française de Philosophie*, Août 1903, p. 216).

On ne peut pas sérieusement s'investir dans l'épistémologie historique quand qu'on se trouve privé des données de l'histoire des sciences. Mais on ne peut pas non plus espérer fournir une formulation pertinente des thèses ou écoles épistémologiques quand on n'est pas outillé philosophiquement. Platon, dans le livre 7 de *La république*, est formel sur ce point. Antoine Augustin Cournot, dont l'œuvre tout entière est d'un véritable savant doublé d'un philosophe très averti, conseille, comme le fit jadis Leibniz, de promouvoir cette union fécondante. Mathématicien, physicien, biologiste, sociologue, psychologue, économiste, linguiste, sociologue, historien, juriste, ont pu et su s'intéresser à cette « alliance éclairante » dont la philosophie demeure demandeuse. De nombreux penseurs, dont Comte, Cournot, constituent, vers la fin du 19^e siècle, l'exemple même de la figure du philosophe décrite par Aristote dans l'Antiquité, c'est-à-dire un homme qui, dans la mesure de ses possibilités, possède la totalité de la connaissance. Cette union qu'on a pu rompre au XVIII^e siècle tient aujourd'hui encore à des modèles qu'il est toujours bon de rappeler et de méditer. Nostalgie ou exigence des temps modernes, quels peuvent être les rapports de la science et de la philosophie ?

3. Un aperçu des rapports Philosophie-sciences

Ces rapports sont multiples bien qu'ils ne soient pas du même ordre pour le sens commun, l'enseignant et pour le savant. Car, ils peuvent se rapporter à la problématique et aux modalités de constitution, de modification et de reconstruction qui font intervenir des considérations scientifiques et non scientifiques. Il y a ainsi dans les problématiques traitées, on peut relever des problèmes qui sont parfois soulignés ou minimisés, offerts ou retirés, à partir d'exigences sociales extérieures aux champs spécifiquement scientifiques. Un

exemple. Une science expérimentale n'est pas seulement un espace théorique, mais le rapport d'un espace théorique et d'un espace réel.

La nuance est d'autant plus importante qu'il s'agit d'un rapport particulier parce qu'il soumet la science considérée à une autre extériorité : le réel étudié est lui-même historiquement variable et apparaît ainsi sous des aspects différents selon les moments ? Dans le cas de la géométrie d'Euclide et de la physique de Newton : l'espace absolu, tridimensionnel et intuitif. Ce qui est tout différent dans les géométries non intuitives et les physiques non déterministes.

Mais le type de rapports qui nous intéresse ici forme le lot de ce qui milite en faveur d'une complémentarité théorique et, dans une certaine mesure, de tendance encyclopédiste, tant les caractères des genres de connaissance en présence sont aussi nettement prononcés maintenant qu'au temps des Platon, Aristote, Descartes, Leibniz, etc.

Ceux-ci ont manifesté un génie qui mêlait, d'un même mouvement de réflexion, Science et Philosophie. En dépit du contraste que l'on relève entre la marche progressive de la science et de chaque science en particulier (Auguste Comte et la loi des trois états ; Antoine Augustin Cournot, *Essai*, t II, p. 219), on constate, d'une part, qu'au fur et à mesure que les sciences avancent, elles se fixent en quelques-unes au moins de leurs parties. Celles-ci servent, à leur tour, de point de départ à des développements ultérieurs, semant ainsi sur leur route des explications condamnées sans retour tels que la phlogistique en chimie, la génération spontanée en sciences naturelles, l'impétus en physique.

Mais il convient de citer aussi le cas de la philosophie, en ce sens qu'elle ne se fixe sur aucun point d'autant que chaque système philosophique est une remise en question de tout l'édifice existant. Et si un philosophe réussit à

ruiner les systèmes de ses devanciers, il ne parvient pas à asseoir des fondements sur lesquels ses successeurs se résigneront à édifier, « car en philosophie, les fondements de l'édifice sont tout l'édifice, de même que la racine d'une truffe, c'est toute la truffe » (Cournot *Rationalisme, matérialisme, vitalisme*, p. 373).

Que peut-on dire davantage de ces rapports si science et philosophie sont totalement différentes ? Si la philosophie n'est pas une science (Wittgenstein, *Tractatus*, 21), qu'est-ce qui pousse donc à rechercher la science comme une partie d'elle-même ? En effet, la philosophie est la philosophie. Ce n'est pas une tautologie. Car, cela revient à dire qu'elle a son domaine particulier et qu'elle relève d'une faculté spéciale s'exerçant suivant des modalités qui lui est propres. Pour éviter les cloisonnements hermétiques, nous avons choisi de parler de complémentarité quand bien même la philosophie demeure par nature demandeuse. Dans cette optique, en quel sens, l'histoire des sciences, branche de la philosophie des sciences, intervient-elle dans cette complémentarité ?

4. Des considérations « externaliste » et « internaliste »

Pendant longtemps, on a opposé connaissance commune et connaissance scientifique sous des formes diverses comme dans le cas de ce qui est spécifique par rapport au général, ce qui est l'approfondi par rapport au superficiel, de ce qui est changeant par rapport à l'identique, ce qui constitue une copie par rapport à l'archétype, etc. Sur ce plan, la philosophie de Platon a été un support inestimable pour le développement de la science dont le but était, selon la théorie des idées, de manifester l'universel, l'intelligible, la vérité. Mais, par la suite, il s'est posé un problème : celui qui consiste à expliciter comment justifier le statut de la connaissance scientifique à « l'auto-transparence ». Parmi bien de perspectives, deux points de vue se dégagent. Nous les qualifions soit « d'externaliste », soit « d'internaliste ».

3.1) Considérations de type externaliste

Après les tentatives jugées insuffisantes fournies par l'empirisme (expérience) et le rationalisme (la raison), plusieurs autres réponses ou solutions ont été proposées. Parmi les plus significatives, en voici quelques-unes sous la forme d'une évocation, c'est-à-dire sans qu'on ait besoin de rentrer dans les détails. Il s'agit, entre autres, du :

- **criticisme** : Kant montre que la connaissance scientifique était possible à partir des formes *a priori* de la sensibilité et des concepts de l'entendement qu'on devait supposer comme étant des structures inscrites dans l'esprit humain, sans s'interroger sur leur origine. Le criticisme a ainsi des rapports d'ordre méthodologique avec le rationalisme appliqué (Bachelard) ou le rationalisme critique (Popper).
- **positivisme** : Auguste Comte, fondateur du positivisme, explique que les structures auxquelles nous avons fait allusion sont produites par l'esprit même au cours d'une longue période de développement et de maturation. Cette période va du stade théologique au stade scientifique ou positif en passant par le stade métaphysique (La loi des trois états).
- **psychologisme** : en fait, il est question de la psychologie, une science nouvelle qui prend forme au XIX^e siècle, et qui était censée apporter des éléments de réponse quant au passage longtemps resté mystérieux entre la connaissance scientifique et la connaissance commune. Elle n'y est pas parvenue.
- **phénoménologisme**, fondé par Husserl, va dénoncer les différentes approches à fonder la connaissance scientifique au moyen de la psychologie. Il qualifie, d'ailleurs, ces approches de « psychologisme » ou de « naturalisme » ou encore d'« objectivisme ». La difficulté liée à la phénoménologie husserlienne est formulée de la façon suivante : qu'est-ce qui prouve qu'en mettant le monde « entre parenthèses », comme le

suggère Husserl, on retrouve les conditions effectives qui ont permis de penser le monde avec tous ses objets ? En fait, il est difficile d'admettre qu'à partir d'un fond supposé vide, on puisse reconstituer les différentes couches de la vie mentale.

La complexité des questions et le contexte qui les suscite amènent à rechercher désormais le développement de la pensée scientifique à partir des problèmes qu'ont véritablement posés tout au long de l'histoire des sciences, les savants eux-mêmes. L'examen de ces questions s'opère de façon internaliste.

3.2) Considérations de type internaliste

La perspective « internaliste » prend corps au XVIII^e siècle. Mais c'est à partir du XIX^e siècle que la philosophie des sciences s'aperçoit du bénéfice qu'elle pouvait en tirer. Ainsi, prend forme un courant qu'on a appelé « **l'épistémologie historique** », animé par Whewell (Angleterre), Cournot (France), Ernst Mach (Autriche). A partir de la publication de *La mécanique, étude historique et critique de son développement* (1883), ouvrage écrit par Mach, on voit se développer une méthode dite « historico-critique ». Elle s'affirme comme une approche directrice de l'épistémologie. Une nouvelle dimension de l'épistémologie est alors née, portée essentiellement par des savants tels que Poincaré (conventionnaliste), Brouwer (intuitionniste), Russell (logiciste), Duhem (phénoménaliste, énergétiste), des physiciens (De Broglie, Langevin, Bunge), des biologistes (François Jacob, E. Mayr, Wolf).

L'histoire des sciences, œuvre de savants, ne reste pas moins une branche de la **philosophie des sciences**. L'histoire des sciences, la sociologie des sciences, la chronologie des découvertes scientifiques, la classification des sciences, les considérations cosmologiques, les rapports entre sciences et croyances religieuses, les transformations conceptuelles et méthodologiques,

l'idée de progrès scientifique, etc., forment les éléments d'une thématique largement discutée entre partisans du « contexte de justification » (empirisme logique, par exemple, Carnap) et du « contexte de découverte » dont se méfient, évidemment, les empiristes logiques.

5. L'histoire des sciences et quelques interrogations

L'histoire des sciences est un sous-produit qui relève de la production scientifique des savants et réservée, dans la plupart des cas, aux philosophes qui la constituent comme une discipline. Pourquoi une telle discipline est-elle intéressée-t-elle au plus haut point et sur le plan académique, les philosophes ? Cette interrogation, loin d'être banale et purement spéculative, pose un problème de fond qui laisse penser que la maîtrise des structures et formules mathématiques, par exemple, suffit largement pour reconnaître à un étudiant ou à un professeur de mathématiques le statut ou la qualité de mathématicien. L'histoire des mathématiques, à proprement parler, ne semble pas fondamentale dans le cursus ou le parcours dont les mathématiques constituent la dominante. D'ailleurs, il est rare de trouver, parmi les dominantes concernant ce secteur d'activités intellectuelles, une matière intitulée « histoire des mathématiques » et qui y est enseignée dans le cadre des recherches épistémologiques. En observant les activités des différentes filières de notre espace universitaire, on se rend compte que cette remarque vaut aussi pour plusieurs autres domaines scientifiques dans lesquels on n'a pas besoin d'en connaître l'histoire pour en devenir un expert. Comme on peut s'en apercevoir, l'intérêt pour l'histoire des sciences n'est pas partagé sur le plan académique.

En effet, on peut aussi s'interroger sur les rapports que l'histoire des sciences peut entretenir avec l'histoire telle que la pratiquent les historiens. Ici encore on est confronté à une situation paradoxale. Pour la plupart des historiens des sciences, on découvre qu'ils ne sont, en scrutant le contenu du parcours de

leur formation de base, ni des historiens professionnels, ni nécessairement des spécialistes des « scientifiques dures ». Ce sont le plus souvent des philosophes professionnels qui font de l'histoire des sciences un centre d'intérêt particulier. L'évocation de cette situation, qui ne doit pas être plus un sujet d'amertume que de réjouissance, mérite cependant une petite clarification par qu'il est normal de rencontrer des philosophes en « histoire de la philosophie ». Ce qui fait tilt ou suscite donc interrogation, c'est l'histoire des sciences, comme champ d'activités de recherches scientifique, pédagogique et didactique pour le philosophe, non pas parce qu'on doute *a priori* de sa compétence, mais parce qu'on veut bien comprendre pourquoi des philosophes ?

En effet, l'esprit philosophique est un esprit avide de savoir. Il manifeste ainsi sa curiosité à travers tous les secteurs de la vie et du savoir humain. Si on laisse parler le philosophe et qu'on le laisse vraiment parler en philosophe, ce qu'il dit peut paraître parfois déroutant du fait de son caractère de non spécialiste. Ce qu'il dit peut tenir à des raisons de principes, de fondement, de méthode, de résultat, de qualité (vérité, réfutabilité, impact social, etc.). Avec le recul qui est le sien, il sait distinguer les différentes possibilités qui s'offrent à chacun des acteurs (consommateurs, spectateurs actifs ou passifs) pour mieux comprendre le phénomène ou le fait scientifique dans son déploiement historique, heuristique, axiomatique, éthique, esthétique voire ontique et écotique.

Au fond, le monde est comme un coffre-fort. Le philosophe tient à comprendre avec quel clef ou quelle numéro à servi à ouvrir ce coffre-fort.

Ainsi, comment procéder, par exemple, quand on veut examiner une théorie scientifique ?

Si on lit bien François Jacob (1970), on va retenir deux points de vue, à savoir **le point de vue du système** et **le point de vue de l'évolution**. Il s'agit, pour dire la même chose de parler de « l'ordre chronologique suivant lequel une théorie s'est produite et l'ordre systématique qu'elle présente une fois constituée. Personne ne niera que l'historien est tenu de faire connaître l'un et l'autre. Ce n'est pas cela le problème. Le problème est de savoir s'il y a lieu de choisir et lequel des deux il faut choisir lorsqu'on veut faire comprendre et, autant que possible, expliquer la pensée de l'auteur ou, le concept ou la théorie qu'on expose. Le choix même de la question dicte celui de la réponse. L'ordre systématique seul nous révèle « les raisons d'être d'une théorie ou d'une doctrine » telle que sa forme achevée l'éternise ; quant à l'ordre chronologique, il nous maintient au niveau de ses « conditions préalables » et de ses « éléments ».

En fait, le projet de constituer l'histoire d'une science est une tâche difficile, au moins, pour deux raisons : indirectement, parce que diverses solutions idéologiques déjà présentes doivent être examinées auparavant ; directement, parce que ce dont « faire l'histoire » n'est pas assez bien désigné par le mot « science ». La seule exigence qu'on puisse aussitôt poser concerne le terme « histoire ». Lui donne-t-on ici le même sens que lorsqu'il renvoie à la tentative de totalisation des mécanismes économiques, culturels, sociaux, politiques et idéologiques en une unité plus ou moins cohérente ? Ou s'agit-il d'autres choses ? Ces interrogations qui, implicitement ont trait aux conditions, avouons-le, montrent que la tâche n'est pas facile à remplir dans la mesure où l'histoire des sciences n'est pas, en général, l'affaire des historiens, mais des philosophes ou des savants que les « *historiens* » ne reconnaissent pas souvent comme des leurs. En effet, pour tenter de mieux cerner la discussion, il importe de préciser les points qui rendent la tâche moins aisée

pour le philosophe. Au premier titre de ces points se trouve le mot « science » qui est un singulier subsumant une réalité plurielle.

6. Le mot « science »

Il y a une équivoque à lever concernant l'emploi du mot « science ». Car il importe de préciser de quoi faire l'histoire lorsqu'on s'inscrit dans le vaste champ des sciences. Cette approche n'est pas banale dans la mesure où une science, par exemple, la physique, comporte plusieurs aspects. Nous en retenons, trois, étroitement liés entre eux et pouvant faire l'objet de l'histoire. Il s'agit de l'espace des réponses acquises dans ce domaine, l'espace des recherches menées et celui de l'horizon de la recherche.

- 6.1. L'espace des réponses acquises :** il est constitué des documents (revue, manuels, traités) mis à la disposition des étudiants, chercheurs et professeurs. Cet espace méthodique comprend les constructions théoriques, les démonstrations, les illustrations expérimentales, les interprétations, etc.
- 6.2. L'espace des recherches :** il est constitué de la recherche fondamentale et de la recherche appliquée. On y trouve des problèmes laissés en suspens faute d'outils conceptuel et méthodologique pertinents et efficaces, des paradigmes, des écoles, la valeur de la science comme « valeur de savoir », ou encore la « valeur utilité sociale », etc.
- 6.3. L'horizon des perspectives :** il est constitué de la capacité à mieux se représenter les phénomènes de la nature, à en rendre les représentations plus pertinentes et cohérentes, d'une part, et de l'autre, à développer les applications qui confèrent une valeur d'utilité à la science.

Ces différents espaces de recherches scientifiques et d'activités pédagogiques appartiennent à un paradigme (Thomas Kuhn) qu'examine l'historien ou le sociologue des sciences. L'histoire des sciences mathématiques n'échappe pas à ces grands synchronismes qui constituent un autre genre de découpage non chronologique dans l'histoire de la pensée humaine.

7. Les découpages et paradigmes scientifiques

Quels sont les découpages qu'on peut établir dans l'histoire des sciences? En effet, outre les découpages chronologiques et la loi des trois états (Comte), on procède par des strates, traditions appelées « épistémès » (Michel Foucault) ou paradigmes (Kuhn) ou encore « schèmes explicatifs » (Cournot). Mais il y a un autre type de découpage qui met en avant une périodisation avec un esprit scientifique dominant. Ils comportent quatre moments ou âges de la science importants :

7.1. Premier âge : du VI^e siècle avant J-C jusqu'en 1643. C'est la période marquée par les cosmologies orphique et géocentrique. Pythagore (philosophe-mathématicien), Platon (philosophe-mathématicien) Aristote (philosophe-physicien-biologiste, logicien), Archimède (mathématicien-physicien), Hipparque (mathématicien-astronome), Ptolémée (géographe-astronome), Aristarque de Samos (mathématicien-astronome), etc.

7.2. Deuxième âge : 1643- 1820 : La révolution copernicienne marque une rupture avec le géocentrisme et ouvre une nouvelle ère de la science fondée sur l'héliocentrisme de Copernic. Le XVI^e siècle marque le début d'une science nouvelle avec Galilée, Descartes, Leibniz, Kepler, Newton. Cette science associe mathématique et nature : on parle de la mathématisation de la nature. Connaître mathématiquement, c'est faire se coïncider, d'un point de vue

scientifique, des essences qui sont apparemment différentes. Galilée, dans son ouvrage intitulé *l'Essayeur*, formule une audacieuse hypothèse lorsqu'il écrit que:

«La philosophie est écrite dans cet immense livre continuellement ouvert sous nos yeux, c'est-à-dire l'univers, mais on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend à connaître la langue en laquelle il est écrit. (...) Il est écrit en langue mathématique et les caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques sans le moyen desquels il est impossible humainement d'y rien comprendre»¹.

La géométrie analytique (Descartes), le calcul différentiel (Leibniz et Newton) sont des exemples qui confèrent à la notion galiléenne d'accélération instantanée étudiée dans le cadre de la chute des corps graves, une signification physique essentielle en tant qu'elle est au fondement de toute la mécanique.

7.3. Troisième âge : 20-21^e siècles, période caractérisée par un développement prodigieux des sciences physiques, chimiques et biologiques. Le fait marquant est incontestablement le modèle axiomatique. Ses succès fulgurants en mathématique le font rentrer dans la pratique théorique des sciences factuelles (sciences des structures, sociologie, etc.). L'association de la logique et des mathématiques constitue ici un trait caractéristique du troisième âge de la science. Dans l'histoire des sciences, la logique formelle est fondée par Aristote et considérée comme un *organon*, « c'est-à-dire un outil de raisonnement, une propédeutique à la science ». Négligée par quelques philosophes (Descartes, Kant) au bénéfice

¹Galilée, Galiléo, *L'Essayeur, Opere, Ed. Nazionale, VI, traduction de C. Chauviré, Les Belles Lettres, Paris, 1980, p. 232).*

des mathématiques susceptibles d'accroître nos connaissances, la logique retrouve tout son intérêt avec les positivistes logiques.

7.4. Quatrième âge : le 21^e siècle est caractérisé par le développement prodigieux des techniques de l'information et de la communication, des technosciences et des technologies.

Ces découpages qui méritent approfondissement ont un intérêt pédagogique et épistémologique dans le cadre de l'enseignement de l'histoire des sciences. Comment insérer l'histoire des sciences des mathématiques dans l'ensemble des considérations liées à l'histoire des sciences?

B/ Histoire des sciences mathématiques par la clef philosophique

1. Les Champs épistémiques des sciences formelles (mathématiques)

A quelle entreprise nous engage l'histoire des sciences mathématiques quand on sait que cette discipline rassemble des zones superposées et complexes comme semble nous l'indiquer la classification des sciences opérée par Auguste Comte? Pour tenter d'apporter des éléments de réponse à cette interrogation, il importe de relever l'étendue du champ que recouvre le vocable « mathématiques », afin de mesurer, à la fois, l'ampleur et l'intérêt épistémologique de ce vaste champ de connaissance qui va de l'antiquité à nos jours. Naturellement, ce travail immense, à travers lequel on devra visiter toutes les grandes civilisations humaines, dépasse le cadre de ce cours. Aussi, convient-il, à travers quelques repères significatifs, d'investir des synchronismes qui laissent percevoir tantôt une unité entre philosophie et mathématique, tantôt une distinction nette qui ne signifie pour autant pas un divorce entre les deux domaines de savoir. On ne peut pas prétendre faire les mathématiques et ignorer la philosophie et vice versa. Il suffit d'évoquer, par exemple,

- les discussions liées aux grandes tendances philosophiques des mathématiques (logicisme, intuitionnisme, formalisme et réalisme) pour mieux comprendre la nature des liens entre ces deux grands domaines de connaissance humaine ;
- les thèses empiristes, idéalistes et rationalistes qu'on rencontre aux premières étapes du développement de l'esprit mathématique ;
- l'avènement des nouvelles géométries appelées les « géométries non euclidiennes ».

Par ailleurs, des philosophes tels que Platon, Galilée, Descartes, Leibniz sont des figures à travers lesquelles la communication de la pensée philosophico-mathématique a institué un mode de pensée sûr de son langage. C'est à juste titre que Platon préconise la formation des « gardiens de la cité » en mettant en avant les vertus des mathématiques. « Nul n'entre ici s'il n'est géomètre », lit-on au fronton de l'Académie. Mais la dimension contemplative des mathématiques n'a pas toujours prévalu dans l'histoire. A partir du XVII^e siècle, outre cette dimension fondamentale, les mathématiques prennent un caractère résolument utilitaire. C'est l'orientation héritée d'Archimède qui reprend ses droits. Galilée consulte les ingénieurs de l'arsenal de Venise. Descartes veut se servir de la connaissance des mathématiques pour investir la nature et s'en rendre comme maître et possesseur.

On parle tantôt des « mathématiques », tantôt de la « Mathématique », deux vocables qui, d'une part, renvoient aux mêmes types de discussions quand on parle de la « Science » ou des « sciences ». Dans ce cas de figure, on dit que le singulier subsume une réalité plurielle. Mais, d'un autre côté, il convient de préciser que dans le domaine des mathématiques, le singulier, du reste suffisamment connoté, renvoie à une époque récente marquée par l'avènement de ce qu'il est convenu d'appeler « la mathématique moderne » par opposition aux mathématiques des anciens. On pense ici aux mathématiques qui mettent en relief la « structure », l'axiomatique et qui modifient totalement les schémas de présentation et d'organisation de l'édifice mathématique.

Le vocabulaire ici est donc indicatif de la pensée, notamment, sur les questions de la finalité, de la nature et de la communication. L'histoire des mathématiques révèle l'histoire des controverses, des orientations, des

axiomatiques, ce qui traduit, d'une manière ou d'une autre, la fécondité de l'esprit humain. La mathématique moderne « pour autant qu'elle soit expressive d'une tendance nouvelle, constitue un achèvement, si on se place formellement au point de vue théorique qu'a toujours impliqué la mathématique ; par contre, qu'on le veuille ou non, cette tendance a en fait pour conséquence d'accroître fort dangereusement à tous les égards, l'opposition qui a toujours existé entre les proliférations du constructivisme mental et la saine appréhension de la réalité » (Guérard Des Lauriers, 1972, p. 3).

Voir à cet effet, les ouvrages de

- André Revutz, *Mathématique moderne, mathématique vivante*, Paris, OCDL, 1963
- Guérard Des Lauriers, *La Mathématique, les mathématiques, la mathématique moderne*, Paris, Doin, Editeurs, 1972

En dépit de ces appellations qui mêlent à la fois des considérations doctrinales et méthodologiques, il convient d'y distinguer les positions des « réformateurs savants », des « réformateurs pédagogiques » et des « réformateurs commerçants » si l'on se réfère à la place que tiennent les mathématiques dans l'ensemble de sciences. Elles sont classées à la première loge des sciences, dans la plupart des classifications des sciences et, notamment, dans celle opérée par Auguste Comte et à travers laquelle le privilège va au critère de complexification croissante. Outre les raisons de simplicité (l'objet étudié dans les sciences mathématiques est considéré comme étant de l'ordre des « notions simples », selon Descartes), les mathématiques se distinguent par le mode de penser, le langage, la méthode qui invitent à la pratique de la rigueur, de la précision comme les enseignent l'axiomatique et le formalisme. Toutes les

autres sciences constituées ont ainsi recours à l'intelligibilité mathématique. La classification des sciences d'Auguste Comte s'établit dans l'ordre suivant :

- Mathématique
- Astronomie
- Physique
- Chimie
- Biologie
- Sociologie

Selon Auguste Comte, ces sciences ainsi identifiées et classées sont considérées, dans son jargon, comme étant les « sciences-mères » sur lesquelles se greffent les « sciences-filles » qui, elles-mêmes, engendrent des « sciences-petites-filles » et ainsi de suite. Toutes ces sciences qui annoncent ainsi des embranchements constituent les signes d'un approfondissement des champs de la connaissance ouverts par les mathématiques. Dans le cas des mathématiques, on aura, par exemple, les embranchements ci-après :

- Mathématiques (science-mère) : arithmétique (science fille) et géométrie (science-fille) sont des « sciences de la grandeur »
- L'Arithmétique ou science du nombre, en tant que science fille est aussi appelée « *science des grandeurs discontinues* ». A son tour, elle comprend des « *sciences-petites-filles* » : algèbre, analyse, etc.
- La Géométrie, en tant que « *science des grandeurs continues* » : topologie, géométrie projective, géométrie descriptive, géométrie métrique (Louis Couturat, *Les principes des mathématiques, avec un appendice sur la philosophie des mathématiques de Kant*, Paris, Librairie scientifique et Technique, Albert Blanchard, 1980, p. 181).

Peut-on parler raisonnablement de l'histoire des sciences mathématiques sans tenir compte de ce vaste champ de connaissance dans lequel il existe une

multitude de ramifications et de subdivisions liées aux objets d'étude et qui commandent de procéder plutôt à des balises, à des séparations ? Nous y avons déjà répondu, bien qu'il existe des travaux de synthèse d'une grande portée épistémologique. C'est le cas de l'ouvrage de Léon Brunschvicg, intitulé *Les étapes de la philosophie mathématique* (nouveau tirage augmenté de la préface de Jean-Toussaint Dessanti, (Paris, Librairie A. Blanchard, 1981). « L'ouvrage que vient de publier M. Léon Brunschvicg me paraît être, écrit Emile Borel, un des plus puissants efforts qu'ait jamais tenté un philosophe pour s'assimiler une discipline aussi étendue que la science mathématique et pour essayer de traduire en langue mathématique les résultats acquis par des savants (...). Tous ceux qui s'intéressent à la philosophie des sciences ne manqueront pas de le lire et de le méditer »(Préface, p. I). Depuis 1912, on en sait un peu plus sur la configuration des mathématiques qui a subi une grande modification. Deux ans avant la parution des *Étapes de la philosophie mathématique*, A. N. Whitehead et B. Russell avaient publié le premier tome des *Principia mathematica*. Les deux tomes suivants devaient paraître en 1912 et 1913. Dans l'esprit de leurs auteurs, les *Principia mathematica* devaient réaliser, d'une manière jugée par eux, enfin, correcte, le projet inauguré à la fin du XIX^e siècle par G. Frege : constituer une logique suffisamment puissante et sûre pour qu'il soit possible, en n'utilisant que les ressources de la seule logique, d'enchaîner en un système exempt de paradoxes, de contradictions le corps des théorèmes produits dans l'analyse arithmétique. De la sorte, pensaient les auteurs des *Principia*, se trouveraient fixés les principes propres à délimiter le domaine de ce qui serait « mathématisable ». Appartiendrait désormais à la mathématique tout énoncé susceptible d'être reproduit dans la forme exigée par les *Principia*. Ainsi, paraissait se dessiner par le haut, c'est-à-dire par les ressources logiques, l'unité des mathématiques. C'est ce qu'on appelle le logicisme, notion ou école indispensable quand on évoque les liens que les mathématiques entretiennent avec la logique et qui amènent les positivistes logiques à ranger

« mathématiques » et « logique » dans le grand groupe des « sciences formelles ».

2. Les sciences formelles

Le syntagme « sciences formelles » renvoie à une régionalité épistémologique, de création récente et désignant généralement l'association « mathématique-logique ». Les mathématiques forment un ensemble de sciences spéciales d'un caractère technique (science du nombre, science de la grandeur, science de l'espace, science du mouvement) qui ont en commun la méthode déductive. Si l'on introduit ce couple dans la découpe des âges des sciences, on dira que cette association de la logique et des mathématiques est un trait du troisième âge de la science. En effet, dans l'histoire des sciences, on sait très bien que la logique formelle fondée par Aristote n'était considérée que comme un *organon*, « c'est-à-dire un outil de raisonnement, une propédeutique à la science » : « Jusqu'au milieu du XIX^e siècle, la logique et les mathématiques avaient vécu absolument distinctes et même séparées. La logique est restée confinée dans le domaine étroit que lui avait assigné Aristote, à savoir dans l'étude des relations d'inclusion ou de prédication entre les concepts généraux et abstraits » (Louis Couturat, *Les Principes mathématiques*, p. 1).

3. Les zones d'intérêt d'une histoire des mathématiques

- Des thèmes consacrés à des rapports historiques originaux entre philosophie et mathématiques (mathématiques arabes, mathématiques grecques, ethno-mathématiques, etc.) On peut sur cette base mettre en lumière les préoccupations mathématico-philosophiques qui ont favorisé, par exemple, la mathématisation de la physique au XVII^e siècle avec les travaux de Galilée et Descartes.
- Procéder à l'examen des textes sur les débuts de l'histoire philosophico-mathématique à partir de la construction d'une notion : la

probabilité, l'infini, etc. Ainsi, à partir d'un état des mathématiques à un moment de leur développement historique, on peut étudier comment les énoncés de cette période ont été repris et quel fonctionnement on leur a imprimé après.

En effet, l'histoire des sciences mathématiques qui offre plusieurs entrées n'est donc pas restreinte ici à la comparaison avec les traités modernes pour la présentation, le symbolisme, le fonctionnement conceptuel, les marques d'intérêt pour les recherches. Elle suppose aussi que le sentiment de continuité dans une même discipline puisse venir non seulement de reprises, mais aussi des continuités souterraines d'articulations elles-mêmes dépassées.

4. Place de l'histoire des mathématiques dans l'enseignement

Qui, dans son parcours scolaire a déjà eu droit à un enseignement d'histoire des mathématiques ? Pourquoi en faire maintenant comme un enseignement à part ? On sait très bien que la plupart des manuels du secondaire ne font pas mention des faits historiques concernant cette discipline. Nombreux sont donc ceux qui ignorent et vont donc découvrir un intérêt pour l'histoire des sciences en général, et singulièrement, l'histoire des mathématiques. En Allemagne, en Grèce, par exemple, il existe une vieille tradition qui consiste en un bref aperçu sur l'histoire des mathématiques, notamment, la géométrie. Cet aperçu comprend des notes sur le profil, les œuvres des grands mathématiciens et insiste sur leur origine. L'enseignement de la science mathématique en Grèce, en Allemagne, en France, etc. offre cette perspective. Pour ce qui est de l'histoire des mathématiques, il est à noter qu'en Grèce, il existe une *Société grecque de l'Histoire des Sciences et Technologie* à laquelle sont affiliées quelques associations qui font la promotion de l'histoire des mathématiques. Cette société savante dispose d'une publication dont l'une des rubriques est consacrée aux « *Eléments d'histoire des mathématiques* ». Il en est de même au Danemark où les études universitaires de mathématiques

font une large place à l'histoire des mathématiques rendue obligatoire dans le second cycle du cours secondaire depuis 1988. Cet enseignement comprend trois dimensions importantes :

- Les structures ou aspect déductiviste des mathématiques
- Le modèle ou aspect application des mathématiques
- L'aspect historique des mathématiques par lequel débute l'enseignement. Cette partie est entièrement rédigée par les historiens des mathématiques.

A travers ces initiatives didactiques et pédagogiques, il s'agit de *reconnaître l'apport des mathématiques, comme compréhension et résolution des problèmes de l'homme à travers le temps* ; mais il s'agit aussi de les considérer comme des « *activités avec une perspective historique qui montrent les mathématiques comme une science en construction.* »

Nous constatons, à travers les programmes d'enseignements des mathématiques en Côte d'Ivoire, un manque d'intérêt non pas seulement de l'épistémologie des mathématiques, mais aussi de l'histoire des mathématiques. Quels sont donc les handicaps à la promotion de l'histoire des mathématiques ? Nous en voyons essentiellement trois :

- Les étudiants et professeurs de mathématiques des universités et écoles secondaires ne sont pas obligés de connaître quelque chose sur l'histoire de leur discipline pour la pratiquer
- Les activités suggérées sont, dans la plupart des cas, peu imaginatives et peu propices à changer les idées reçues sur ce qui est une activité en histoire des mathématiques
- L'histoire des mathématiques apparaît comme un complément et non comme une composante essentielle de l'éducation mathématique. Elle est sous-estimée dans l'enseignement dans la mesure où on considère qu'elle

peut seulement « humaniser l'étude de la discipline » et « donner l'opportunité de faire des recherches documentaires.

C'est dans le département de philosophie qu'est confinée l'histoire des mathématiques qui appartient à la sphère de l'épistémologie en charge d'examiner la façon dont la connaissance humaine, avec ses traditions propres, leur donne droit de cité. Quelles en sont les principales raisons ?

- Le paysage scientifique change très rapidement et ne cesse de se modifier. Par exemple, les mathématiques s'étendent et se renouvellent. L'histoire des mathématiques dépasse donc le cadre de l'Occident. Il existe des traditions mathématiques en Inde, en Chine, en Afrique car des civilisations ont engendré et développé des savoirs qui méritent comme celui de la Grèce ancienne le nom de science mathématique. Les expressions « ethno-science », « ethnomathématique » ou « mathématiques congelées » ne traduisent pas moins, en dépit de leur caractère insolite, des connaissances qui attendent d'être portées au niveau de l'universel, notamment, en termes de contenu, de méthode, de communication, voire d'esprit.
- Décloisonner les disciplines, mettre en relation différents champs du savoir scientifique, ou encore le même champ scientifique à travers l'histoire de son évolution, renouveler l'intérêt pour la recherche dans le cadre de la philosophie des sciences.
- L'histoire des sciences est l'espace des « âges de la science », des techniques, des exemples et modèles, des courants « théologico-métaphysiques » qui alimentent la pensée scientifique et fournissent de la matière à l'épistémologie ; et puis, il faut ajouter la manifestation de la liberté (changement de paradigmes, découvertes simultanées et indépendantes, etc.) qui constitue l'un des moteurs du progrès scientifiques (Kuhn).

Pour conclure, l'intérêt de l'histoire des mathématiques pour un étudiant en philosophie, ce n'est pas de faire de lui un spécialiste d'une matière qu'il n'a peut-être jamais pratiquée avec bonheur ; mais il s'agit de puiser dans la dynamique d'un champ de savoir qui a partie liée avec la philosophie, les approches et les formes de raisonnement (déductif ou hypothético-déductif), la place de l'axiomatisation qui renouvelle en profondeur la notion de vérité en la liant intimement, désormais, aux axiomes sur lesquels une théorie repose ; l'existence des théories totalement différentes, mais également cohérentes et consistantes ouvrant ainsi à une incontestable libéralisation de l'esprit à travers les différentes théories mathématiques sans que le relativisme qui en résulte ne débouche sur le scepticisme. Ce point est d'autant plus important qu'il convient de faire remarquer qu'en droit, l'esprit est libre de procéder à son gré au choix des axiomes, sous la seule restriction de leur non-contradiction : problème redoutable qui n'a pas, lui non plus une solution absolue. Le mieux que l'on puisse faire à travers les exemples historiques, c'est de démontrer que telle théorie n'est pas plus contradictoire que telle autre, et de faire confiance aux théories que des générations de mathématiciens ont manipulées sans y déceler de faille, et de penser que, comme cela s'est déjà fait, les antinomies ou paradoxes éventuels ne résistent *pas à une précision plus stricte des idées* et du langage. Mais en fait, cette liberté dont il a été fait mention, ici, est limitée par l'utilité de la théorie : utilité dans d'autres sciences, ou utilité à l'égard des mathématiques existantes pour mieux coordonner des résultats épars.

C/ QUELQUES THEMES DE TD

- 1) Mathématiques en Occident et ailleurs
- 2) Caractère contemplatif et utilitaire des mathématiques
- 3) Les grands courants mathématiques
 - Le logicisme
 - Le formalisme
 - L'intuitionnisme
 - Le réalisme platonicien
- 4) Idée de progrès dans les sciences mathématiques
- 5) Les différentes axiomatiques et la notion de vérité en mathématique
- 6) Les géométries classiques et les géométries non classiques
- 7) Le pythagorisme mathématique
- 8) Platon et les mathématiques (La République, livre 7)

D/ BIBLIOGRAPHIE

Barreau (Hervé), *L'Epistémologie*, col. Que sais-je ? N° 475, Paris, PUF, 1990.

Blanché (Robert), *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Paris, Colin, 1990.

Blanché (Robert), *L'axiomatique*, Paris, Quadrige/PUF, 1995.

Lautmann (A.), *Essai sur l'unité des mathématiques*, Paris, UGE, 1977.

Brunchvicg (Léon), *Les Etapes de la philosophie mathématique*, préface de Jean-Toussaint Dessanti, Paris, Albert Blanchard, 1981.

Platon, *La République*, livre 7, Paris, Flammarion, 1966, trad. Robert Baccou,

Bouvier (Alain), *La théorie des ensembles*, Paris, PUF, 1972, coll. Que sais-je, N° 1363.

Louis Couturat, *Les principes des mathématiques*, Paris, Librairie scientifique et technique Albert Blanchard, 1980.

André Revuz, *Mathématique moderne, Mathématique vivante*, Paris, OCDL, 1962.

Michel Pêcheux et Michel Fichant, *Sur l'histoire des sciences*, Paris, Maspéro, 1969.

Imre Lakatos, *Histoire et méthodologie des sciences, programmes de recherches et reconstruction rationnelle*, traduction de l'anglais par Cathérine Malamoud et Jean-Fabien Spitz sous la direction de Luce Giard, Paris, PUF, 1994.